Realschule

Übungsaufgaben – Trigonometrie

sin, cos, tan, Sinussatz, Kosinussatz

Klasse 10 I + II + III

Vorwort

Vor einiger Zeit wurde im bayerischen Kultusministerium beschlossen, die Symbole für die Strecke und die Länge der Strecke zu ändern. Im Schreibweisen- / Zeichenkatalog (Stand 28.06.2016) für den Lehrplan Plus wird für die Strecke mit den Endpunkten A und B das Symbol $\overline{AB}$ und für die Länge der Strecke $\overline{AB}$ das Symbol $\left|\overline{AB}\right|$ verwendet.

Die bisherigen Symbole waren $[AB]$ für die Strecke und $\overline{AB}$ für deren Länge.

Es gibt wie immer Befürworter und Gegner solcher Umstellungen. Um die Konsequenzen darzustellen, habe ich auf den folgenden Seiten einige Aufgaben geschrieben, die aber auch zum Üben für die Abschlussprüfung der 10 Klasse II / III Realschule (Bayern) nützlich sind.

Leider wird mit solchen Neuerungen unnötigerweise ein gewisses Chaos erzeugt, denn jahrzehntelang galt die alte Schreibweise, während sich die neuen Symbole erst noch durchsetzen müssen (Stand März 2018). Da Mathematik nicht nur von Mathematikern sondern auch von anderen Berufsgruppen genutzt wird und sich fast überall nur ein Symbol durchgesetzt hat, wäre es vielleicht sinnvoll, auch nur ein Symbol zu verwenden (Bsp.: $\overline{AB}$).

Nachfolgend in Tabellenform eine Zusammenfassung der Symbole mit Erklärungen:

Symbol NEU	Symbol ALT	Beschreibung in verschiedenen Versionen
$\overline{AB}$	$[AB]$	Strecke mit den Endpunkten A und B. Verbindungsstrecke der Punkte A und B.
$\left\|\overline{AB}\right\|$	$\overline{AB}$	Länge der Strecke $\overline{AB}$.
$[AB$	$[AB$	Halbgerade mit dem Anfangspunkt A. Halbgerade durch B mit dem Anfangspunkt A.
$AB]$	$AB]$	Halbgerade mit dem Endpunkt B. Halbgerade durch A mit dem Endpunkt B

<u>Beispiele:</u>

Berechne die Länge $\left|\overline{BC}\right|$ der Strecke $\overline{BC}$.

Berechne die Länge der Strecke $\overline{BC}$.

Berechne die Streckenlänge $\left|\overline{BC}\right|$.

Auf der Mantellinie $\overline{BC}$ mit $\left|\overline{BC}\right| = 5\text{ cm}$ liegt …

Der Radius $r = \overline{PQ}$ des Kreises …

Der Radius $r = \left|\overline{PQ}\right| = 3\text{ cm}$ des Kreises …

Übungsaufgaben – Trigonometrie

sin, cos, tan, Sinussatz, Kosinussatz

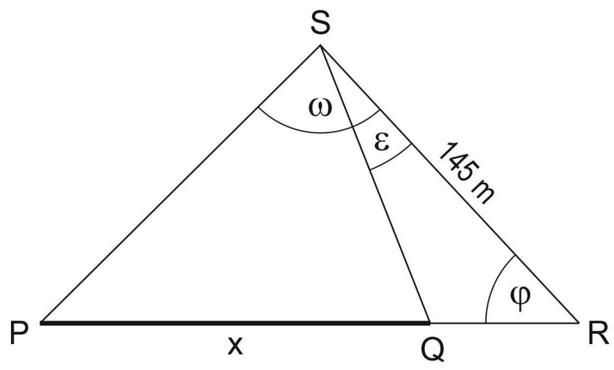
Klasse 10 I + II + III

1. Um den Abstand zweier Punkte P und Q im Gelände zu bestimmen, wird in Verlängerung von $\overline{PQ}$ ein Messpunkt R festgelegt und von R aus eine Standlinie $\overline{RS}$ abgesteckt (siehe nebenstehendes Bild).

Folgende Werte wurden gemessen:

$\left|\overline{RS}\right| = 145\text{ m}$;

$\varphi = 52°$; $\varepsilon = 23°$; $\omega = 84°$



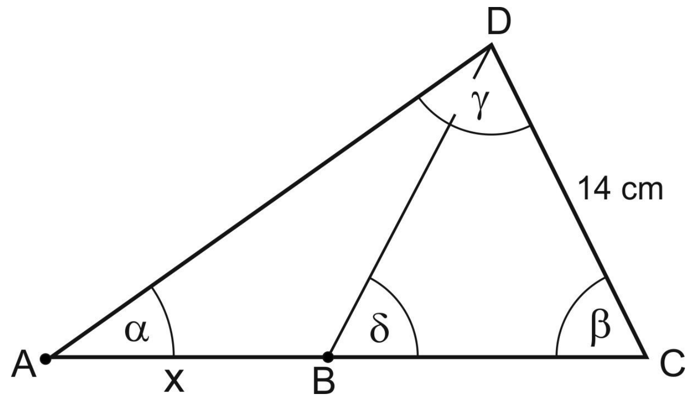
Berechnen Sie den Abstand x zwischen P und Q auf ganze Meter gerundet.

---

2. Gegeben ist das rechts abgebildete Dreieck mit

$\left|\overline{CD}\right| = 14\text{ cm}$, $\beta = 55°$, $\gamma = 84°$, $\delta = 78°$

Berechnen Sie den Abstand $\overline{AB} = x$



3.0 Zwei Orte A und B sind durch eine geradlinig verlaufende Straße der Länge $\left|\overline{AB}\right| = 4{,}5\text{ km}$ verbunden. Unter dieser Straße liegt ein ebenfalls geradlinig verlegtes Kanalrohr.

Ein Ort C ist 3,4 km von A und 7,1 km von B entfernt (jeweils Luftlinie). Von C aus soll ein ebenfalls geradlinig verlaufendes Kanalrohr verlegt werden, das den Kanal zwischen den Orten A und B in der Mitte M trifft.

3.1 Zeichnen Sie das Dreieck ABC und die Strecke $\overline{MC}$ maßstäblich für $1\text{ km} \mathrel{\hat{=}} 1\text{ cm}$.

3.2 Berechnen Sie die Länge der Strecke $\overline{CM}$.

3.3 Berechnen Sie die Maße folgender Winkel:

a) $\sphericalangle ACB = \gamma$

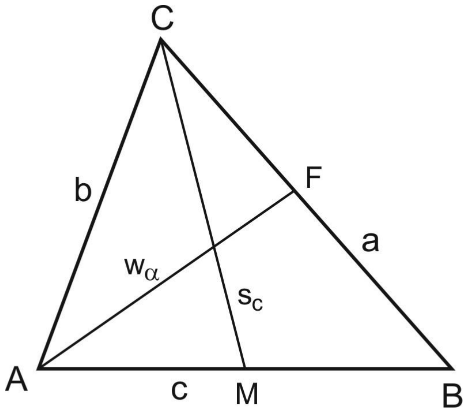
b) $\sphericalangle ACM = \gamma_1$

Übungsaufgaben – Trigonometrie

sin, cos, tan, Sinussatz, Kosinussatz

Klasse 10 I + II + III

4.0 Gegeben ist das Dreieck ABC mit
$a = 17\text{ cm}$, $b = 11\text{cm}$, $c = 21\text{cm}$.



4.1 Berechnen Sie $\left|\overline{CM}\right|$ –
Länge der Seitenhalbierenden s_c

4.2 Berechnen Sie $\left|\overline{AF}\right|$ –
Länge der Winkelhalbierenden w_α

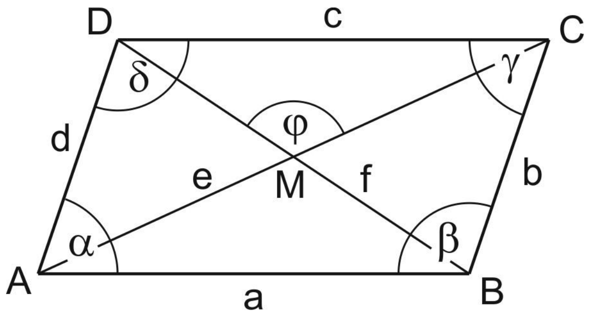
5.0 Gegeben ist das Dreieck ABC mit $a = 13{,}5\text{ cm}$, $b = 14{,}3\text{ cm}$, $\alpha = 60°$.

5.1 Berechnen Sie die Seitenlänge c mit Hilfe des Kosinussatzes (2 Lösungen).

5.2 Berechnen Sie die Maße der Winkel β_1 und β_2 mit Hilfe des Kosinussatzes.

5.3 Berechnen Sie die Maße der Winkel γ_1 und γ_2.

6.0 Gegeben ist das Parallelogramm ABCD mit $b = 5{,}5\text{ cm}$, $c = 24{,}4\text{ cm}$, $e = 20{,}2\text{ cm}$.



Die Skizze ist <u>nicht</u> maßstäblich.

6.1 Berechnen Sie – in der angegebenen Reihenfolge – die Maße der Winkel δ, α, β, γ.

6.2 Berechnen Sie das Maß des Winkels φ.

6.3 Berechnen Sie den Flächeninhalt des Parallelogramms.

7.0 Gegeben sind die Dreiecke A_nBC_n mit
$a = (5 + k)\text{ cm}$, $c = (8 - k)\text{ cm}$, $\beta = 60°$

7.1 Berechnen Sie die Seitenlänge b in Abhängigkeit von k.

7.2 Berechnen Sie b_{min}.

7.3 Zeigen Sie, dass das Dreieck A_1BC_1 mit der Seitenlänge b_{min} gleichseitig ist.

Übungsaufgaben – Trigonometrie

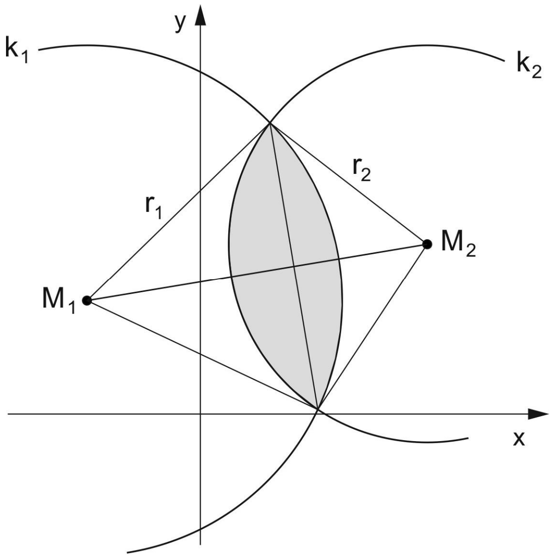
sin, cos, tan, Sinussatz, Kosinussatz

Klasse 10 I + II + III

8.0 Gegeben sind die beiden nebenstehend abgebildeten Kreise

$k_1\left(M_1\left(-2\,|\,2\right); r_1 = 4{,}5\right)$ und

$k_2\left(M_2\left(4\,|\,3\right); r_2 = 3{,}5\right)$



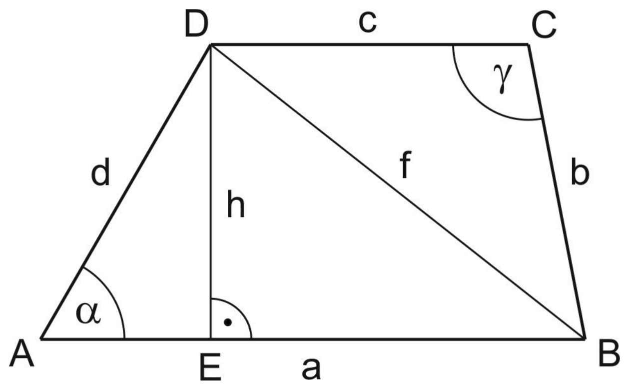
8.1 Berechnen Sie die Länge der Strecke $\overline{M_1M_2}$.

8.2 Berechnen Sie den <u>Umfang</u> der grau eingefärbten linsenförmigen Fläche.

9.0 Von einem Trapez ABCD sind die folgenden Stücke gegeben:

$\left|\overline{AB}\right| = a = 12\text{ cm}$, $\left|\overline{CD}\right| = c = 7\text{ cm}$,

$\left|\overline{AD}\right| = d = 7{,}5\text{ cm}$, $\sphericalangle BAD = \alpha = 60°$



9.1 Berechnen Sie die Länge der Höhe $\left|\overline{ED}\right| = h$

9.2 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Länge der Diagonalen $\left|\overline{BD}\right| = f$ gilt:

$\left|\overline{BD}\right| = f = 10{,}5\text{ cm}$.

9.3 Berechnen Sie das Maß des Winkels $\gamma = \sphericalangle DCB$.

9.4 Berechnen Sie den Flächeninhalt des Trapezes.

10.0 Ein gleichschenkliges (symmetrisches) Trapez hat eine 10 cm lange Grundseite. Die Diagonalen sind jeweils 9 cm lang und die beiden Winkel an der Grundseite haben das Maß 62°

10.1 Berechnen Sie die Längen der Schenkel und die Länge der zweiten Grundseite.

Realschule

Übungsaufgaben – Trigonometrie

sin, cos, tan, Sinussatz, Kosinussatz

Klasse 10 I + II + III

11.0 Gegeben ist das Dreieck ABC mit $A(-2\,|\,-3)$, $B(8\,|\,-1)$, $C(4\,|\,6)$

11.1 Berechnen Sie die Seitenlängen.

11.2 Berechnen Sie die Maße der Innenwinkel.

11.3 Berechnen Sie den Flächeninhalt.

---

12. Von einem Viereck ABCD sind folgende Stücke bekannt:

$\left|\overline{AB}\right| = a = 64\ \text{m}$

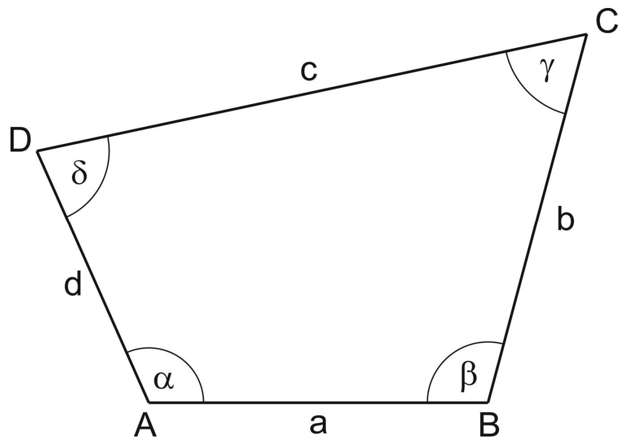
$\left|\overline{AD}\right| = d = 52\ \text{m}$

$\alpha = 114°$

$\beta = 105°$

$\delta = 78°$

Berechnen Sie den Flächeninhalt des Vierecks ABCD.



13.0 Gegeben ist ein Parallelogramm ABCD mit $\left|\overline{AB}\right| = 3a\ \text{cm}$, $\left|\overline{BC}\right| = 2a\ \text{cm}$ und $\sphericalangle BAD = 60°$.

Zeichnen Sie das Parallelogramm für $a = 2$.

Verlängert man jede Parallelogrammseite entgegen dem Uhrzeigersinn (links herum) über den jeweiligen Eckpunkt hinaus um x cm, so entstehen neue Parallelogramme EFGH (Hinweis: $\left|\overline{BE}\right| = \left|\overline{CF}\right| = \left|\overline{DG}\right| = \left|\overline{AH}\right| = x\ \text{cm}$).

Zeichnen Sie für $x = 2{,}5$ ein Parallelogramm EFGH ein.

13.1 Berechnen Sie die Länge der Strecken $\left|\overline{HE}\right| = y\ \text{cm}$ und $\left|\overline{EF}\right| = z\ \text{cm}$ in Abhängigkeit von x und a.

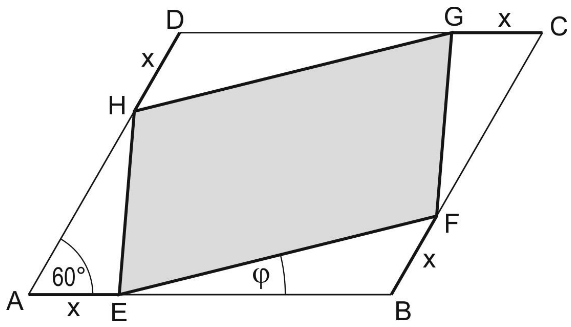
13.2 Berechnen Sie für $x = 3{,}5$ und $a = 2$ das Maß der Winkel $\sphericalangle AEH$ und $\sphericalangle BFE$.

Übungsaufgaben – Trigonometrie

sin, cos, tan, Sinussatz, Kosinussatz

Klasse 10 I + II + III

14.0 Gegeben ist ein Parallelogramm ABCD mit $\left|\overline{AB}\right| = 6\text{ cm}$, $\left|\overline{BC}\right| = 5\text{ cm}$, $\sphericalangle BAD = 60°$.
Ausgehend von den vier Ecken werden jeweils Strecken der Länge x cm auf den Seiten des Parallelogramms abgetragen. Man erhält die Punkte EFGH, die ein neues Parallelogramm bilden.



14.1 Berechnen Sie die Längen der Strecken $\overline{EF}$ und $\overline{FG}$ in Abhängigkeit von x.
Für welche x-Werte werden diese Streckenlängen minimal?
Geben Sie diese minimalen Streckenlängen an.

14.2 Der Winkel BEF hat das Maß φ.
Stellen Sie einen Term für die Länge der Strecke $\overline{EF}$ in Abhängigkeit von x und φ auf und bestimmen Sie φ für die minimale Länge von $\overline{EF}$.

15.0 In einem Rechteck ABCD sind gegeben: $\left|\overline{AB}\right| = 4\sqrt{3}\text{ cm}$; $\left|\overline{BC}\right| = 4\text{ cm}$
Verlängert man die Diagonale AC gleichzeitig über A und C hinaus um x cm, so entstehen Parallelogramme $A_x B C_x D$.

15.1 Zeichnen Sie das Rechteck und das Parallelogramm für $x = 2$.

15.2 Berechnen Sie das Maß α des Winkels BAC und das Maß β des Winkels CAD.

15.3 Berechnen Sie die Länge der Strecke $\left|\overline{A_x B}\right| = a$ in Abhängigkeit von x.

15.4 Berechnen Sie die Länge der Strecke $\left|\overline{A_x D}\right| = d$ in Abhängigkeit von x.

15.5 Berechnen Sie das Maß γ des Innenwinkels $\sphericalangle B A_x D$ der Parallelogramme $A_x B C_x D$ in Abhängigkeit von x.

15.6 Berechnen Sie die Maße der Innenwinkel γ im Intervall $x \in [0;6]$ in Schritten von $\Delta x = 0{,}5$ und zeichnen Sie ein $x-\gamma-$Diagramm .
Hinweis: Nutzen Sie für die Berechnung ein Tabellenkalkulationsprogramm

---

Übungsaufgaben – Trigonometrie

sin, cos, tan, Sinussatz, Kosinussatz

Klasse 10 I + II + III

16.0 Gegeben ist ein Rechteck ABCD mit: $\left|\overline{AB}\right| = 4\sqrt{3}$ cm; $\left|\overline{BC}\right| = 4$ cm
Verkürzt man die Diagonale AC gleichzeitig von A und C aus um x cm, so entstehen Parallelogramme A_xBC_xD.

16.1 Zeichnen Sie das Rechteck und das Parallelogramm für $x = 1{,}5$.

16.2 Berechnen Sie die Länge der Strecke $\left|\overline{A_xB}\right| = a$ in Abhängigkeit von x.

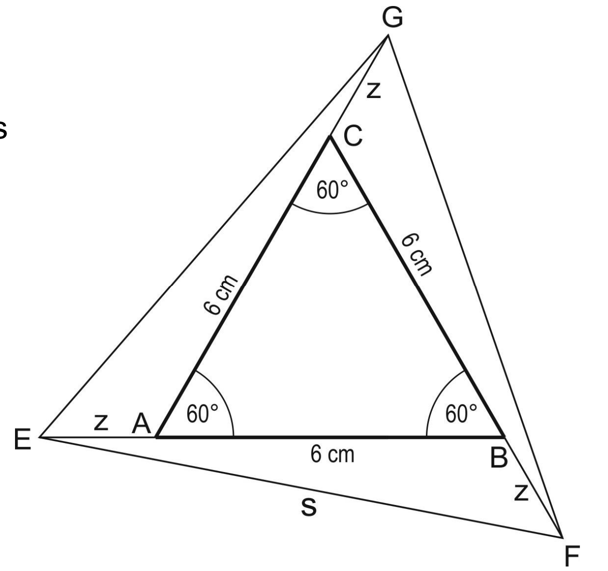
16.3 Berechnen Sie die Länge der Strecke $\left|\overline{A_xD}\right| = d$ in Abhängigkeit von x.

16.4 Berechnen Sie das Maß φ des Winkels $\sphericalangle BA_xD$ der Parallelogramme A_xBC_xD in Abhängigkeit von x.

16.5 Berechnen Sie die Maße der Winkel φ im Intervall $x \in [0;4]$ in Schritten von $\Delta x = 0{,}5$ und zeichnen Sie ein $x-\varphi-$Diagramm.
Hinweis: Nutzen Sie für die Berechnung ein Tabellenkalkulationsprogramm

16.6 Berechnen Sie den Flächeninhalt der Parallelogramme A_xBC_xD in Abhängigkeit von x.

17.0 Gegeben ist ein gleichseitiges Dreieck ABC mit den Seitenlängen $a = 6$ cm.
Verlängert man die Seiten des Dreiecks, um jeweils z cm, entsteht wieder ein gleichseitiges Dreieck EFG (vgl. Bild rechts).



17.1 Geben Sie eine geometrische Begründung an für die Behauptung der Gleichseitigkeit des Dreiecks EFG.

17.2 Berechnen Sie die Länge der Dreiecksseite $\left|\overline{EF}\right| = s$ cm in Abhängigkeit von z.

17.3 Der Winkel $\sphericalangle FEB$ hat das Maß φ.
Berechnen Sie φ für $z = 2$.

17.4 Berechnen Sie z für den Fall, dass der Winkel $\sphericalangle FEB$ das Maß 15° hat.

17.5 Geben Sie einen Term an für den Flächeninhalt der Dreiecke EFG in Abhängigkeit von z.

Übungsaufgaben – Trigonometrie

sin, cos, tan, Sinussatz, Kosinussatz

Klasse 10 I + II + III

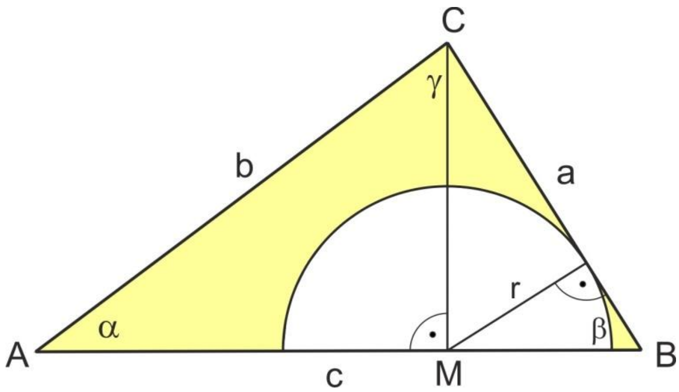
18.0 Gegeben ist ein Dreieck ABC mit den Seiten

$\left|\overline{BC}\right| = a = 6\text{ cm};$

$\left|\overline{AC}\right| = b = 8{,}5\text{ cm};$.

$\left|\overline{AB}\right| = c = 10\text{ cm}$

Fällt man das Lot von C auf $\overline{AB}$, so erhält man den Mittelpunkt M eines Halbkreises. Dieser liegt vollständig im Inneren des Dreiecks ABC und berührt die Seite $\overline{BC}$.



18.1 Berechnen Sie das Maß der Innenwinkel α und β des Dreiecks ABC.

18.2 Berechnen Sie den Radius r des Halbkreises.

18.3 Berechnen Sie die farbig (bzw. grau) markierte Fläche, die von den Dreieckseiten a, b und c sowie dem Kreisbogen begrenzt wird.

18.4 Eine Parallele zu $\overline{AC}$ berührt (als Tangente) den Halbkreis im Punkt T und schneidet die Dreieckseite $\overline{AB}$ im Punkt S und die Seite $\overline{BC}$ im Punkt U.

Berechnen Sie die Fläche des Dreiecks SMT und die Länge der Strecke $\overline{SU}$.

19.0 Von einem Viereck ABCD sind die folgenden Werte gegeben:

$\left|\overline{AB}\right| = 8\text{ cm};\ \left|\overline{AD}\right| = 5\text{ cm};\ \left|\overline{CD}\right| = 4{,}5\text{ cm}$

$\alpha = \sphericalangle BAD = 112°;\ \delta = \sphericalangle ADC = 60°$

Runden Sie im Folgenden alle Ergebnisse auf zwei Stellen nach dem Komma.

19.1 Fertigen Sie eine maßstäbliche Zeichnung des Vierecks an.

19.2 Berechnen Sie die Länge der Strecke $\overline{BC}$.

19.3 M ist der Mittelpunkt der Strecke $\overline{BC}$. Der Kreis k mit $\overline{BC}$ als Durchmesser schneidet die Strecke $\overline{AB}$ in E.

Berechnen Sie den Radius $r = \overline{EM}$ des Kreises k und den Winkel $\beta = \sphericalangle CBA$

19.4 Berechnen Sie den Flächeninhalt des Vierecks ABCD.

Berechnen Sie den Inhalt derjenigen Fläche AECD, die von den Strecken $\overline{AE}$, $\overline{AD}$, $\overline{CD}$ und dem Kreisbogen $\overset{\frown}{CE}$ begrenzt wird.

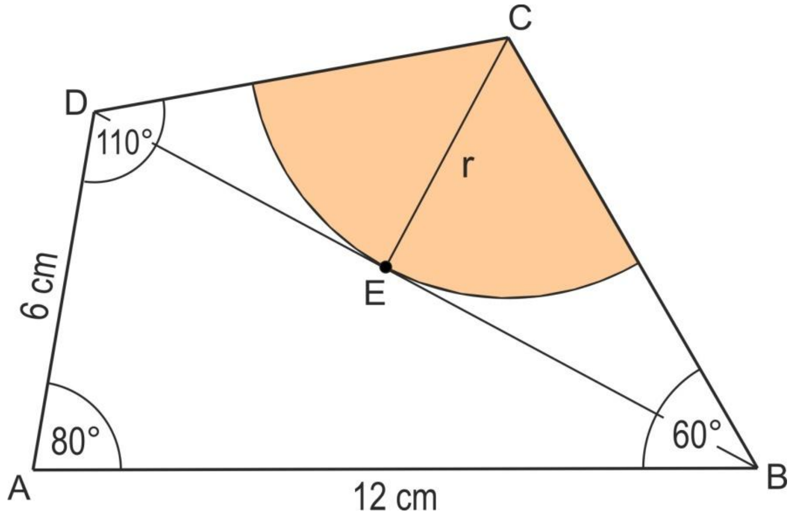
Übungsaufgaben – Trigonometrie

sin, cos, tan, Sinussatz, Kosinussatz

Klasse 10 I + II + III

20.0 Gegeben ist das unten abgebildete Viereck ABCD. Ein Kreis $k(C;r)$ berührt die Diagonale $\overline{BD}$ im Punkt E. Dadurch entsteht ein Kreissektor (farbig markiert), der durch die Seiten $\overline{CD}$ und $\overline{BC}$ begrenzt ist. Folgende Maße sind gegeben:

$\left|\overline{AB}\right| = 12\text{ cm}$; $\left|\overline{AD}\right| = 6\text{ cm}$; $\sphericalangle BAD = 80°$; $\sphericalangle CBA = 60°$; $\sphericalangle ADC = 110°$



20.1 Berechnen Sie die Fläche des Kreissektors.
Runden Sie alle Zwischenergebnisse und das Endergebnis auf zwei Stellen nach dem Komma.

<u>Lösungshinweis</u>:
Um die Fläche des Sektors berechnen zu können, sind die folgenden Maße bzw. Winkel zu bestimmen:
$\overline{BD}$; $\overline{BC}$; $\overline{CE} = r$; $\sphericalangle DBA$; $\sphericalangle ADB$; $\sphericalangle CDB$; $\sphericalangle BDC$; $\sphericalangle DCB$

Übungsaufgaben – Trigonometrie

sin, cos, tan, Sinussatz, Kosinussatz

Klasse 10 I + II + III

21.0 Gegeben ist ein Dreieck ABC mit

$\left|\overline{AB}\right| = c = 10\text{ cm};\ \left|\overline{AC}\right| = b = 8\text{ cm};\ \alpha = \sphericalangle BAC = 60°$

Alle folgenden Ergebnisse auf zwei Stellen nach dem Komma runden.

21.1 Zeichnen Sie das Dreieck ABC.

21.2 Berechnen Sie die Länge der Seite $\overline{BC}$.

21.3 Der Punkt M auf $\overline{AB}$ hat von $\overline{AC}$ den gleichen Abstand wie von $\overline{BC}$.
Konstruieren Sie den Punkt M in der Zeichnung zu 1.1 (Tipp: Winkelhalbierende).
Berechnen Sie die Länge der Strecke $\overline{CM}$.

21.4 M ist der Mittelpunkt eines Halbkreises, der vollständig innerhalb des Dreiecks ABC verläuft. Der Halbkreis berührt die Seite $\overline{AC}$ im Punkt P und die Seite $\overline{BC}$ im Punkt Q.

Zeichnen Sie die Punkte P und Q sowie den Halbkreis in das Dreieck ABC von 1.1 ein.

Berechnen Sie den Inhalt der Fläche PQC (Fläche, die von den Strecken $\overline{CP}$, $\overline{CQ}$ und dem Kreisbogen $\overset{\frown}{PQ}$ begrenzt wird).

21.5 Das Dreieck ABC mit dem Halbkreis soll nun um die Achse AB rotieren.
Berechnen Sie das Volumen der Kugel und das Volumen des Doppelkegels (ohne Kugel).

22.0 Gegeben ist ein gleichschenkliges Dreieck ABS mit der Basis $\left|\overline{AB}\right| = 10\text{ cm}$ und dem Punkt M als Mittelpunkt der Basis $\overline{AB}$. Die Dreieckshöhe ist $\left|\overline{MS}\right| = 7\text{ cm}$.

Das Dreieck ABS rotiert um die Achse MS.

Runden Sie bei den nachfolgenden Rechnungen die Ergebnisse auf zwei Stellen nach dem Komma.

22.1 Zeichnen Sie den Axialschnitt des entstehenden Kegels.

22.2 Berechnen Sie die Oberfläche des Kegels.

22.3 Der Punkt P liegt auf der Mantellinie $\overline{AS}$ mit $\left|\overline{AP}\right| = 5\text{ cm}$.

Zeichnen Sie P und die Strecke $\overline{BP}$ in den Axialschnitt zu 1.1 ein.

Berechnen Sie das Maß des Winkels $\beta = \sphericalangle PBA$.

22.4 Aus dem Kegel zu 1.1 entstehen neue Kegel, wenn man den Radius um x cm verlängert und die Höhe um x cm verkürzt $\left(0 < x < 7;\ x \in \mathbb{R}^+\right)$.
Ergänzen Sie Ihre Zeichnung zu 1.1 mit dem Axialschnitt des Kegels $A'B'S'$, den man für $x = 2$ erhält.

Übungsaufgaben – Trigonometrie

sin, cos, tan, Sinussatz, Kosinussatz

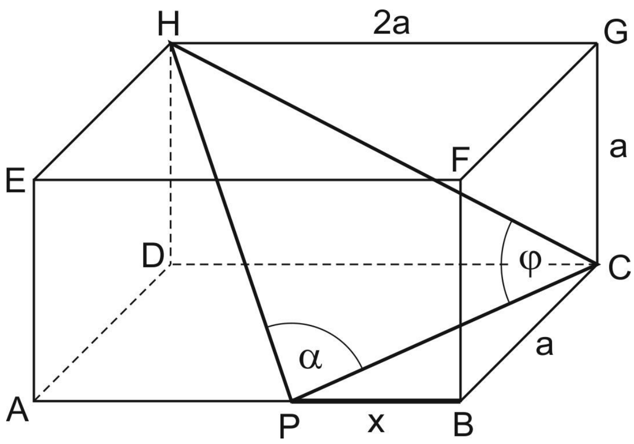
Klasse 10 I + II + III

22.5 Berechnen Sie den Wert für x, so dass die Mantellinien des zugehörigen Kegels mit der Grundfläche einen Winkel von 40° einschließen.

22.6 Prüfen Sie durch Rechnung, ob bei einem der Kegel nach 22.4 die Mantellinien 8 cm lang sein können.

23.0 Im nebenstehend abgebildeten Quader mit den Kantenlängen a bzw. 2a bewegt sich der Punkt P von B nach A (alle Maße in cm).

23.1 Berechnen Sie die Längen der Strecken $\overline{CH}$, $\overline{CP}$ und $\overline{HP}$ in Abhängigkeit von a bzw. von a und x.



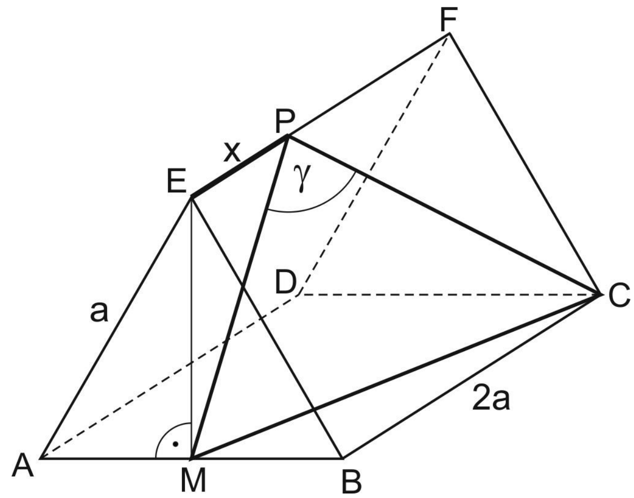
23.2 Bestimmen Sie den Term $\cos\varphi$ in Abhängigkeit von x.

23.3 Für welchen x-Wert wird $\varphi = 60°$?

Berechnen Sie für diesen Wert das Winkelmaß α sowie den Flächeninhalt des Dreiecks PCH, wenn $a = 6$ cm angenommen wird.

24.0 Das nebenstehend abgebildete gerade Prisma hat als Grundfläche ein gleichseitiges Dreieck mit der Kantenlänge a. Auf der Kante $\overline{EF}$ bewegt sich ein Punkt P von E nach F; es gilt: $\overline{EP} = x$. (alle Maße in cm)

24.1 Berechnen Sie die Längen der Strecken $\overline{MP}$, $\overline{CP}$ und $\overline{MC}$ in Abhängigkeit von a bzw. von a und x.



24.2 Berechnen Sie den x-Wert für den gilt: $\left|\overline{MP}\right| = \left|\overline{CP}\right|$

24.3 Bestimmen Sie den Term $\cos\gamma$ in Abhängigkeit von a und x.

24.4 Berechnen Sie den x-Wert für $\gamma = 90°$.

24.5 Berechnen Sie das Maß des Winkels γ für den Fall $\left|\overline{MP}\right| = \left|\overline{CP}\right|$ (siehe 1.2)

24.6 Berechnen Sie das Maß des Winkels $\sphericalangle PCM$ für den Fall $\left|\overline{MP}\right| = \left|\overline{CP}\right|$.

24.7 Berechnen Sie für den Fall 1.6 den Flächeninhalt dieses Dreiecks MCP.

Übungsaufgaben – Trigonometrie

sin, cos, tan, Sinussatz, Kosinussatz

Klasse 10 I + II + III

25.0 Das gleichseitige Dreieck ABC mit $\left|\overline{AB}\right| = 8\text{ cm}$ ist die Grundfläche einer Pyramide ABCS, deren Seitenkante $\overline{AS}$ die gleiche Länge hat wie die Dreieckshöhe $\overline{AM}$ der Grundfläche. M ist der Mittelpunkt der Strecke $\overline{BC}$.
Der Winkel MAS hat das Maß 110°.

25.1 Zeichnen Sie ein Schrägbild der Pyramide ABCS. Dabei soll $\overline{AM}$ auf der Schrägbildachse liegen.
Für die Zeichnung: $q = \frac{1}{2};\ \omega = 45°$

25.2 Zeigen Sie rechnerisch, dass der $\sphericalangle SMA = 35°$ ist.
Berechnen Sie die Länge der Strecke $\overline{MS}$ auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

25.3 Punkte R_n auf der Strecke $\overline{MS}$ bilden zusammen mit den Punkten A und M Dreiecke AMR_n. Die Winkel MAR_n haben das Maß φ.
Zeichnen Sie den Punkt R_1 für den Winkel $MAR_1 = \varphi_1 = 45°$ in das Schrägbild zu 1.1 ein.

25.4 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für die Streckenlänge $\left|\overline{AR_n}\right|(\varphi)$ in Abhängigkeit von φ gilt: $\left|\overline{AR_n}\right|(\varphi) = \frac{3{,}97}{\sin(\varphi + 35°)}\text{ cm}$

25.5 Berechnen Sie für $\varphi_2 = 85°$ den Flächeninhalt des Dreiecks AMR_2 auf eine Stelle nach dem Komma gerundet.

Übungsaufgaben – Trigonometrie

sin, cos, tan, Sinussatz, Kosinussatz

Klasse 10 I + II + III

26.0 Das Quadrat ABCD mit der Seitenlänge a cm ist Grundfläche einer geraden Pyramide ABCDS, deren Seitenkanten ebenfalls a cm lang sind.
Ein Punkt P auf der Seitenkante $\overline{BS}$ bildet zusammen mit der Diagonalen $\overline{AC}$ Dreiecke ACP_n. Die Strecke $\overline{BP}$ hat die Länge z cm, die Dreiecksseite $\overline{AP}$ hat die Länge y cm.

26.1 Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCDS mit einem beliebigen Dreieck ACP. Die Rissachse soll CD sein.

Für die Zeichnung: $a = 8\text{ cm}$; $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$; Maßstab 1:1.

26.2 Berechnen Sie das Maß der Dreiecksseite y in Abhängigkeit von a und z.

26.3 Der Winkel APC an der Spitze der Dreiecke ACP_n hat das Maß ε. Berechnen Sie $\cos\varepsilon$ in Abhängigkeit von a und z.

26.4 Berechnen Sie mit Hilfe des Terms $\cos\varepsilon$ aus 1.3 die Winkelmaße ε für $a = 8\text{ cm}$ und $z \in [0; 8]$ in Schritten von $\Delta z = 1$.
Nutzen Sie zur Berechnung ein Tabellenkalkulationsprogramm oder grafikfähigen Taschenrechner.

27.0 Das Rechteck ABCD ist Grundfläche einer schiefen Pyramide ABCDS, deren Spitze S senkrecht über dem Mittelpunkt E der Seite $\overline{AD}$ liegt. Der Punkt F ist Mittelpunkt der Seite $\overline{BC}$.
Gegeben sind die Streckenlängen $\left|\overline{AB}\right| = 8\text{ cm}$; $\left|\overline{BC}\right| = 10\text{ cm}$; $\left|\overline{ES}\right| = 7\text{ cm}$.
Runden Sie im Folgenden alle Ergebnisse auf zwei Stellen nach dem Komma.

27.1 Zeichnen Sie ein Schrägbild der Pyramide ABCDS.

Für die Zeichnung; $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$; Rissachse EF.

27.2 Berechnen Sie $\beta = \sphericalangle SBE$ und $\delta = \sphericalangle SFA$.

27.3 Punkte P_n auf der Strecke $\overline{FS}$ mit $\left|\overline{FP_n}\right| = x\text{ cm}$ $\left(x < \sqrt{113};\, x \in \mathbb{R}^+\right)$, der Punkt A und der Punkt F sind Eckpunkte von Dreiecken AFP_n. Zeichnen Sie das Dreieck AFP_1 für $x = 4$ in das Schrägbild zu 1.1 ein.
Berechnen Sie nun das Maß α_1 des Winkels FAP_1 und den Abstand d_1 des Punktes P_1 von der Strecke $\overline{AF}$.

27.4 Für die Dreiecke AFP_2 und AFP_3 gilt: $\left|\overline{AP_2}\right| = \left|\overline{AP_3}\right| = 8\text{ cm}$. Berechnen Sie die zugehörigen Werte für x .

Übungsaufgaben – Trigonometrie

sin, cos, tan, Sinussatz, Kosinussatz

Klasse 10 I + II + III

28.0 Das Rechteck ABCD mit $\left|\overline{AB}\right| = 9\text{ cm}$ und $\left|\overline{BC}\right| = 7\text{ cm}$ ist Grundfläche einer Pyramide ABCDS, deren Spitze S senkrecht über dem Mittelpunkt T der Seite $\overline{AD}$ liegt. Der Punkt U ist Mittelpunkt der Seite $\overline{BC}$. Der Winkel $\varphi = \sphericalangle SUT$ hat das Maß 40°. Ein Punkt P auf der Strecke $\overline{SU}$ hat den Abstand $\left|\overline{UP}\right| = 4\text{ cm}$.

Runden Sie im Folgenden alle Ergebnisse auf zwei Stellen nach dem Komma.

28.1 Zeichnen Sie ein Schrägbild der Pyramide ABCDS.

Für die Zeichnung; $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$; Rissachse AB.

28.2 Berechnen Sie die Höhe $\overline{ST}$ der Pyramide ABCDS.

28.3 Zeichnen Sie den Punkt P in das Schrägbild zu 1.1 ein.

Berechnen Sie das Maß des Winkels $\gamma = \sphericalangle DPA$.

Berechnen Sie das Maß des Winkels $\varepsilon = \sphericalangle SPT$.

28.4 Das Dreieck ADS ist die Grundfläche der Pyramide ADSP mit der Spitze P. Berechnen Sie das Volumen V dieser Pyramide.

28.5 Berechnen Sie das Maß des Winkels $\delta = \sphericalangle PDS$.

29.0 Eine schiefe Pyramide hat das Quadrat ABCD mit der Seitenlänge 6 cm als Grundfläche. Die Pyramidenspitze S liegt senkrecht über dem Punkt D des Quadrates. Die Pyramide ist 7 cm hoch.

Runden Sie im Folgenden alle Ergebnisse auf zwei Stellen nach dem Komma.

29.1 Zeichnen Sie ein Schrägbild der Pyramide ABCDS.

Für die Zeichnung; $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$; Rissachse CD.

29.2 Berechnen Sie $\beta = \sphericalangle SBD$.

29.3 Berechnen Sie die Maße der Innenwinkel des Dreiecks ACS.

29.4 Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks ACS.

29.5 Auf der Seitenkante $\overline{CS}$ liegt ein Punkt P. Von P aus wird das Lot auf $\overline{CD}$ gefällt; der Lotfußpunkt wird mit Q bezeichnet.

Zeichnen Sie P, Q und die Lotstrecke $\overline{PQ}$ für $\left|\overline{PQ}\right| = 3\text{ cm}$ in das Bild zu 1.1 ein.

29.6 Berechnen Sie die Längen der Strecken $\overline{CQ}$ und $\overline{CP}$ für $\left|\overline{PQ}\right| = 3\text{ cm}$.

29.7 Die Diagonalen des Quadrates ABCD schneiden sich im Punkt M.

Berechnen Sie das Maß des Winkels $\alpha = \sphericalangle CMP$ für $\left|\overline{PQ}\right| = 3\text{ cm}$.

Übungsaufgaben – Trigonometrie

sin, cos, tan, Sinussatz, Kosinussatz

Klasse 10 I + II + III

30.0 Das Quadrat ABCD mit der Diagonalenlänge 12 cm ist die Grundfläche einer Pyramide ABCDS deren Spitze S senkrecht über dem Schnittpunkt M der Diagonalen des Quadrats liegt. Die Pyramidenhöhe ist $\left|\overline{MS}\right| = 8\text{ cm}$.

Runden Sie im Folgenden alle Ergebnisse auf zwei Stellen nach dem Komma.

30.1 Zeichnen Sie ein Schrägbild der Pyramide ABCDS mit $\overline{AC}$ als Schrägbildachse. Für die Zeichnung; $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$; Punkt A soll links vom Punkt C liegen.

30.2 Berechnen Sie den Winkel $\alpha = \sphericalangle CAS$ sowie die Kantenlänge $\overline{AS}$.

30.3 Wird die Diagonale $\overline{AC}$ der Grundfläche ABCD von A und von C aus jeweils um x cm ($x < 6$ mit $x \in \mathbb{R}^+$) verkürzt, so entstehen neue Pyramiden A_nBC_nDS.

Zeichnen Sie die Pyramide A_1BC_1DS für $x = 2{,}5$ in das Schrägbild zu 1.1 ein.

Berechnen Sie den Winkel $\varphi = \sphericalangle BSC_1$.

30.4 Berechnen Sie die Oberfläche O der Pyramide A_1BC_1DS.

30.5 Der Punkt P_1 liegt auf der Seitenkante $\overline{A_1S}$ mit $\left|\overline{A_1P_1}\right| = 4\text{ cm}$. Zeichnen Sie den Punkt P_1 und die Strecke $\overline{MP_1}$ in die Zeichnung zu 1.1 ein.
Berechnen Sie die Länge der Strecke $\overline{MP_1}$.

30.6 In der Pyramide A_2BC_2DS hat der Winkel A_2SC_2 das Maß 45°.
Berechnen Sie den zugehörigen Wert für x.

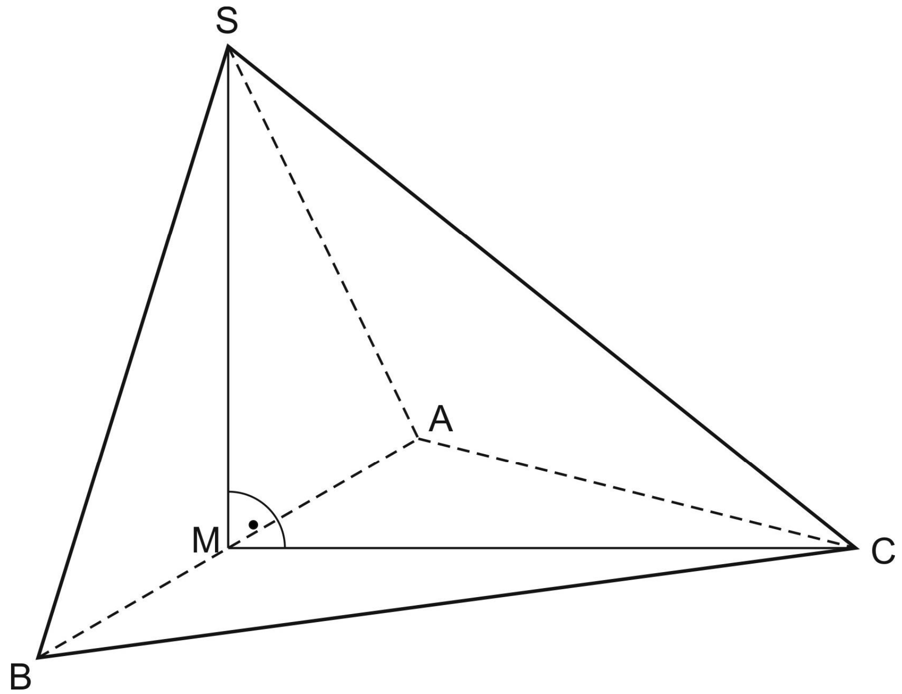
Übungsaufgaben – Trigonometrie

sin, cos, tan, Sinussatz, Kosinussatz

Klasse 10 I + II + III

31.0 Das gleichschenklige Dreieck ABC mit der Basis $\overline{AB}$ ist die Grundfläche der Pyramide ABCS. Die Spitze S liegt senkrecht über dem Mittelpunkt M der Basis $\overline{AB}$.
Gegeben sind die Längen $\left|\overline{AB}\right| = 14\text{ cm}$, $\left|\overline{CM}\right| = 10\text{ cm}$ und $\left|\overline{MS}\right| = 8\text{ cm}$.

Runden Sie im Folgenden alle Ergebnisse auf zwei Stellen nach dem Komma.



31.1 Berechnen Sie die Länge der Strecke $\overline{CS}$ und den Winkel $\gamma = \sphericalangle MSC$.

31.2 Eine zu $\overline{AB}$ parallele Strecke $\overline{EG}$ mit $E \in \overline{AS}$ und $G \in \overline{BS}$ verläuft durch den Punkt F mit $F \in \overline{MS}$ und $\left|\overline{MF}\right| = 4\text{ cm}$.

Zeichnen Sie die Strecke $\overline{EG}$ in das Schrägbild zu 1.0 ein.
Berechnen Sie die Länge der Strecke $\overline{EG}$.

31.3 Punkte H_n auf der Strecke $\overline{CS}$ mit $\left|\overline{CH}\right|(x) = x\text{ cm}$ $\left(0 < x < 12{,}8;\ x \in \mathbb{R}\right)$ bilden zusammen mit den Punkten E und G Dreiecke EGH_n. Zeichnen Sie für $x = 3{,}5$ den Punkt H_1 und die Dreiecksseiten $\overline{EH_1}$ sowie $\overline{GH_1}$ in das Schrägbild zu 1.0 ein.

Berechnen Sie die Länge der Strecke $\overline{MH_1}$.

Berechnen Sie das Maß des Winkels $\varphi = \sphericalangle H_1MS$.

31.4 Bestimmen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks MCH_1.

31.5 Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks EGH_1.