4. Stegreifaufgabe aus der Mathematik

Klasse 9

- Lösungen -

1. Den Scheitel und die Parabelachse der Funktionsgleichung $y = x^2 + 5x + 0{,}25$ erhält man indem die Gleichung in die „Scheitelform“ umgewandelt wird. Dort lassen sich die gesuchten Werte ablesen.

$y = x^2 + 5x + 0{,}25$ quadratisches ergänzen

$y = x^2 + 5x + 2{,}5^2 - 2{,}5^2 + 0{,}25$

$\underline{y = (x + 2{,}5)^2 - 6}$

Scheitel: $\underline{\underline{S(-2{,}5/-6)}}$ Parabelachse: $\underline{\underline{x = -2{,}5}}$

2. a) geg.: $x \mapsto (x - s)^2 + t$ und $S(-4/9)$

Lös.: $\underline{\underline{s = -4}}$; $\underline{\underline{t = 9}}$

b) geg.: $x \mapsto (x - s)^2 + t$ und $x = 2$; $Q(-0{,}5/4)$

Lös.: Punkt-Steigungs-Form der quadratischen Gleichung:

$y = (x - s)^2 + t$

$4 = (-0{,}5 - 2)^2 + t$ $Q(-0{,}5/4)$ und $x = s = 2$ einsetzen

$\underline{\underline{t = -2{,}25}}$

$x = \underline{\underline{s = 2}}$

Die Funktion lautet somit: $x \mapsto (x - 2)^2 - 2{,}25$

3. geg.: $x \mapsto (x - 1)^2 - 1$ mit $I = [0;\ 3]$

Lös.: kleinster Funktionswert:

$x \mapsto (x - 1)^2 - 1$

$x \mapsto (0 - 1)^2 - 1$

$\underline{\underline{x \mapsto 0}}$

größter Funktionswert:

$x \mapsto (x - 1)^2 - 1$

$x \mapsto (3 - 1)^2 - 1$

$\underline{\underline{x \mapsto 3}}$

Der Scheitel hat die Koordinaten $S(1/-1)$ und die Parabel ist nach oben geöffnet.
Somit ist die Funktion

(streng) monoton fallend = abnehmend im Intervall $I_1 = [0; 1[$

(streng) monoton steigend = wachsend im Intervall $I_2 = [1; 3]$

4. geg.: $y = x^2 + px + q$ mit $S\left(-\frac{p}{2} \middle| \frac{4q - p^2}{4}\right)$

Lös.:

$$y = x^2 + px + q \qquad \text{quadratisch ergänzen}$$

$$y = x^2 + px + \left(\frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q$$

$$y = \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 - \frac{p^2}{4} + q$$

$$y = \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 - \frac{p^2}{4} + \frac{4q}{4}$$

$$y = \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 + \frac{4q}{4} - \frac{p^2}{4}$$

$$\underline{y = \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 + \frac{4q - p^2}{4}} \qquad \text{Scheitelform}$$

direkt ablesbar sind die Scheitelkoordinaten:

$$\Rightarrow \quad \underline{\underline{S\left(-\frac{p}{2} \middle| \frac{4q - p^2}{4}\right)}}$$

