3. Stegreifaufgabe aus der Mathematik

Klasse 9

- Lösungen -

1. Die Flächeninhalte ähnlicher Figuren verhalten sich wie die Verhältnisse der Quadrate entsprechender Strecken.

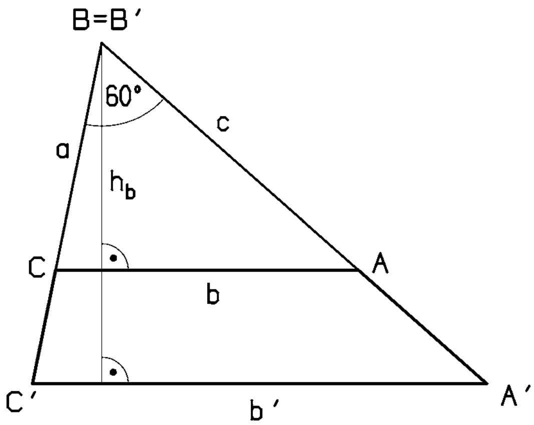
Im gegebenen Fall:

$$\frac{A_{\Delta A'B'C'}}{A_{\Delta ABC}} = \frac{b'^2}{b^2}$$

$$\frac{13{,}5\,\text{cm}^2}{6\,\text{cm}^2} = \frac{b'^2}{4^2\,\text{cm}^2}$$

$$b'^2 = \frac{13{,}5\,\text{cm}^2 \cdot 16\,\text{cm}^2}{6\,\text{cm}^2}$$

$$\underline{\underline{b' = 6\,\text{cm}}}$$



Nebenrechnung:

$$A_{\Delta ABC} = \tfrac{1}{2} \cdot b \cdot h_b$$

$$A_{\Delta ABC} = \tfrac{1}{2} \cdot 4\,\text{cm} \cdot 3\,\text{cm}$$

$$\underline{A_{\Delta ABC} = 6\,\text{cm}^2}$$

$\beta' = 60°$, da ähnliche Dreiecke in ihren Innenwinkeln übereinstimmen.

1. Änlichkeitssatz:
   Dreiecke sind ähnlich, wenn sie in 2 Winkeln (und somit in allen Winkeln) übereinstimmen.

3. **a)** Behauptung: $\Delta DAF \sim \Delta BEA$

Beweis: $\sphericalangle ADF = \sphericalangle EBA = 90°$ (Quadrat)
$\sphericalangle FAD = \sphericalangle AEB$ (Wechselwinkel)
$\sphericalangle DFA = \sphericalangle CFE$ (Scheitelwinkel)

Die Dreiecke sind ähnlich, weil sie in den Innenwinkeln übereinstimmen.

b)

$$\frac{\overline{AD}}{\overline{DF}} = \frac{\overline{BE}}{\overline{AB}}$$

$$\overline{BE} = \frac{\overline{AD}}{\overline{DF}} \cdot \overline{AB}$$

$$\overline{BE} = \frac{6\,\text{cm}}{4\,\text{cm}} \cdot 6\,\text{cm}$$

$$\underline{\underline{\overline{BE} = 9\,\text{cm}}}$$

- Lösungen -

2. Diese Konstruktionsaufgabe läßt sich lösen, indem man zunächst eine ähnliche Figur konstruiert und sie dann mit einer zentrischen Streckung auf die gewünschte Größe bringt.

Konstruktionsablauf:

Dreieck A'B'C' mit α' = 60°, β' = 50° und beliebiger Länge c' zeichnen.
Strecke [B'D'] = a' wie gezeigt antragen.
Von A' aus trägt man die gegebene Länge a + c an; es ergibt sich D.
Eine zentrische Streckung mit Zentrum A = A' bildet D' auf D ab und erzeugt C sowie B als Bilder von C' und B'.
BC II B'C' und CD II C'D'.