

3. Stegreifaufgabe aus der Mathematik

Klasse 12

- Lösungen -

1. Die Integrationsgrenzen der gesuchten Fläche sind die Schnittpunkte beider Graphen.

$$\left. \begin{array}{l} y = -x^2 + 10x - 22 \\ \wedge \quad y = 0,25x^2 - 1,25x + 0,5 \end{array} \right\} \text{gleichsetzen}$$

$$\begin{aligned} -x^2 + 10x - 22 &= 0,25x^2 - 1,25x + 0,5 \\ -1,25x^2 + 11,25x - 22,5 &= 0 \quad | :(-1,25) \\ x^2 - 9x + 18 &= 0 \end{aligned}$$

$$x_{1/2} = \frac{9 \pm \sqrt{9^2 - 4 \cdot 1 \cdot 18}}{2}$$

$$x_{1/2} = \frac{9 \pm 3}{2}$$

$$\underline{x_1 = 3} \quad \vee \quad \underline{x_2 = 6}$$

Wegen $f(x) \geq g(x)$ für alle $x \in [3; 6]$ kann der Flächeninhalt mit nachstehender Formel bestimmt werden:

$$A = \int_3^6 (f(x) - g(x)) dx \quad \left| \begin{array}{l} f(x) - g(x) = -x^2 + 10x - 22 - (0,25x^2 - 1,25x + 0,5) \\ f(x) - g(x) = -x^2 + 10x - 22 - 0,25x^2 + 1,25x - 0,5 \\ f(x) - g(x) = -1,25x^2 + 11,25x - 22,5 \end{array} \right.$$

$$A = \int_3^6 (-1,25x^2 + 11,25x - 22,5) dx$$

$$A = \int_3^6 -1,25(x^2 - 9x + 18) dx$$

$$A = -1,25 \left[\frac{x^3}{3} - 4,5x^2 + 18x \right]_3^6$$

$$A = -1,25 \left(\frac{6^3}{3} - 4,5 \cdot 6^2 + 18 \cdot 6 - \left(\frac{3^3}{3} - 4,5 \cdot 3^2 + 18 \cdot 3 \right) \right)$$

$$A = -1,25(72 - 162 + 108 - 9 + 40,5 - 54)$$

$$\underline{\underline{A = 5,625 \text{ FE}}}$$