Aufgaben für Klausuren und Abschlussprüfungen

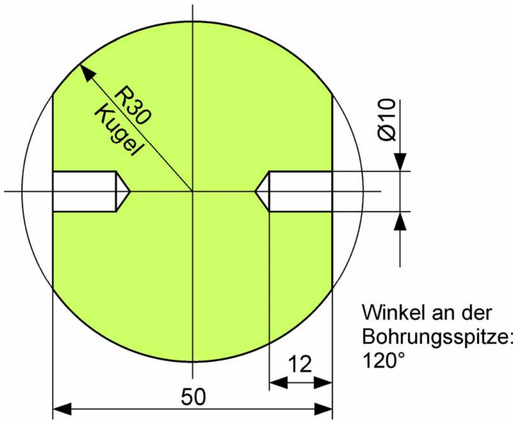
(G) Volumen und Oberfläche von Körpern

Grundlagenwissen: Prisma, Zylinder, Kegel, Kugel.

Auf Seite 5 – 7 finden Sie eine Formelsammlung

1. Für eine Maschine werden Kugeln beidseitig 5mm abgefräst und mit zwei Bohrungen versehen (vgl. Skizze).
Die Maße sind in mm angegeben.

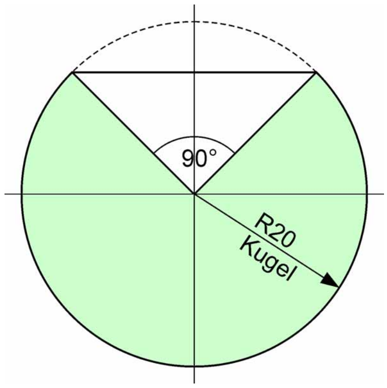
Berechnen Sie das Volumen des Körpers nach der Bearbeitung.



2. Eine Kugel erhält eine kegelförmige Vertiefung gemäß nebenstehender Skizze. Maße in mm.
Der Kegelwinkel beträgt 90°, die Kegelspitze liegt im Kugelmittelpunkt.

2.1 Berechnen Sie das Volumen des Körpers.

2.2 Berechnen Sie die Oberfläche des Körpers.

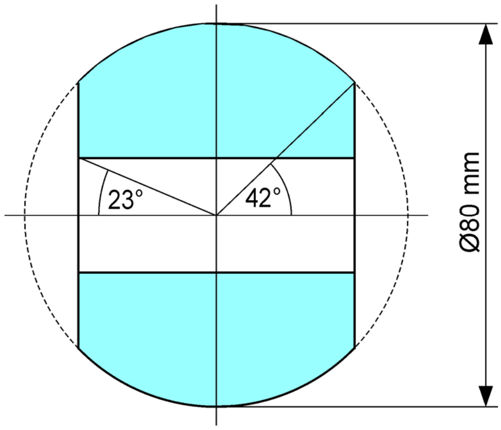


3.0 An eine Kugel wird beidseitig eine (gleich große) Fläche angefräst. Zusätzlich erhält die Kugel eine zylindrische Bohrung.

Die Maße (in mm) können nebenstehender Zeichnung entnommen werden.

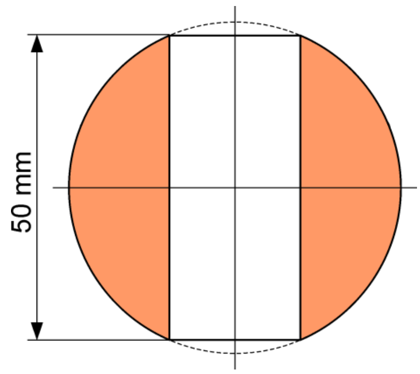
3.1 Berechnen Sie das Volumen des Körpers.

3.2 Berechnen Sie den Inhalt der farbigen (bzw. grauen) Querschnittsfläche.



4. Berechnen Sie das Volumen der zylindrisch durchbohrten Kugel.

Nebenstehende Zeichnung zeigt einen Schnitt durch die Kugelmitte.
(Beachten Sie bitte, dass keine Maße fehlen.)



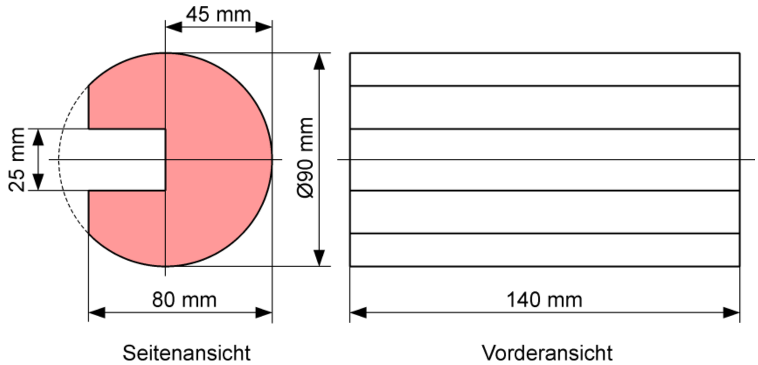
Aufgaben für Klausuren und Abschlussprüfungen

(G) Volumen und Oberfläche von Körpern

5.0 Ein 140 mm langer Zylinder wird über die gesamte Länge auf 80 mm abgefräst. Anschließend wird eine 25 mm breite Nut bis zur Zylindermitte gefräst.

5.1 Berechnen Sie die Größe der (farbig markierten) Stirnfläche.

5.2 Berechnen Sie das Volumen des bearbeiteten Körpers.

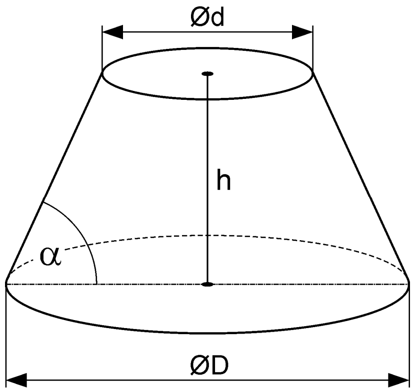


6.0 Von einem geraden Kegel ist die Spitze abgetrennt worden (vgl. Skizze). Dadurch entstand ein Kegelstumpf mit den Maßen: $\varnothing D = 6\text{ cm}$, $h = 4\text{ cm}$, $\alpha = 60°$

6.1 Geben Sie eine Formel zur Berechnung des Durchmessers $\varnothing d$ der oberen Deckfläche an und berechnen Sie diesen Durchmesser.

6.2 Berechnen Sie das Volumen des Körpers.

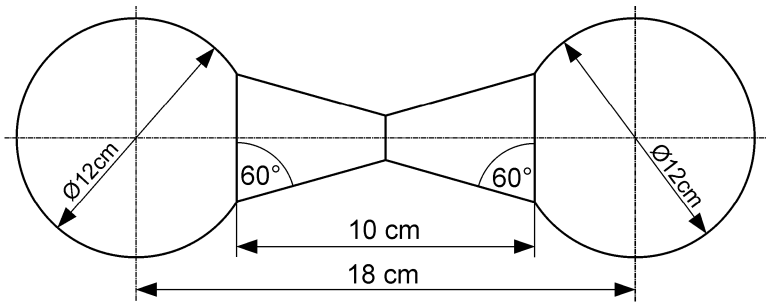
6.3 Berechnen Sie die Oberfläche des Körpers.



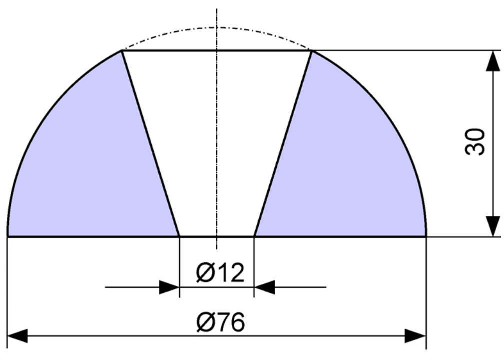
7.0 Zwei Kugeln sind mit einem Doppelkegel miteinander verbunden (vgl. Skizze).

7.1 Berechnen Sie das Volumen des gesamten Körpers.

7.2 Berechnen Sie die Oberfläche des gesamten Körpers.



8. Eine Halbkugel enthält eine keglige Bohrung. Berechnen Sie das Volumen des Körpers. Alle Maßangaben in mm.



Aufgaben für Klausuren und Abschlussprüfungen

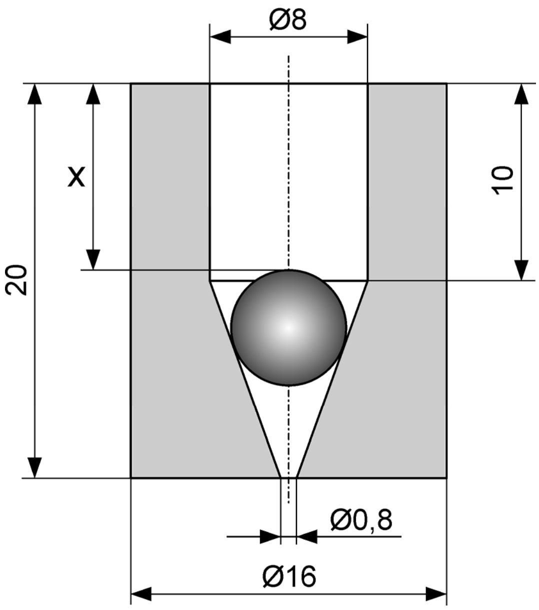
(G) Volumen und Oberfläche von Körpern

9.0 Aus Rundmaterial wird eine Düse hergestellt. Die Abmessungen (in mm) der Düse sind im nebenstehenden Querschnitt angegeben.

In die Düse wird eine Kugel mit ∅6 mm gelegt.

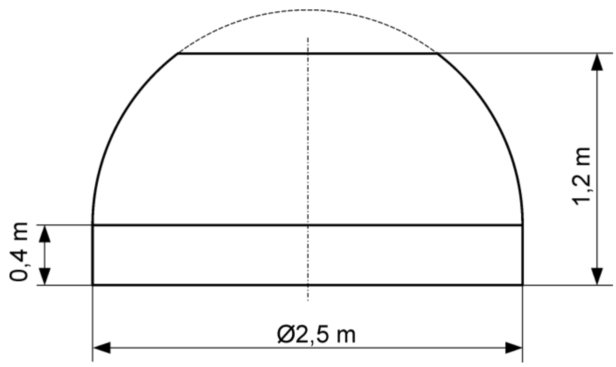
9.1 Berechnen Sie das Volumen des Düsenhohlraums (ohne Kugel).

9.2 Berechnen Sie das Maß x.



10.0 Eine Blechabdeckung (Schweißteil) besteht aus einem kurzen zylindrischen Abschnitt, auf dem eine Halbkugel aufgesetzt wurde. Die Halbkugel ist oben abgeschnitten und durch eine Blechscheibe verschlossen; der zylindrische Teil ist unten offen. (Die Zeichnung ist nicht maßstäblich)

10.1 Berechnen Sie die Oberfläche der Blechabdeckung. (nur die Außenfläche ist zu berücksichtigen)

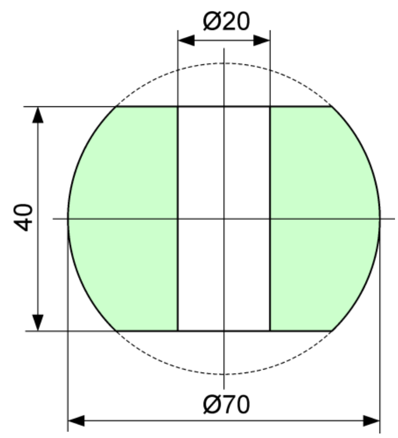


10.2 Schätzen Sie ab, wie schwer die Abdeckung ist, wenn das Material Stahl ist und eine Dicke von 2 mm aufweist.

11.0 Von einer Kugel werden zwei gleich große Kappen so abgefräst, dass die beiden Flächen parallel zueinander stehen. Senkrecht zu diesen Flächen wird eine durchgehende Bohrung gefertigt. Alle Maßangaben in mm.

11.1 Berechnen Sie das Volumen des entstandenen Körpers.

11.2 Berechnen Sie seine gesamte Oberfläche.



Aufgaben für Klausuren und Abschlussprüfungen

(G) Volumen und Oberfläche von Körpern

12. Ein Graben soll auf eine Länge von 200 m ausgebaggert werden. Der Graben hat durchgängig eine Breite von 1,8 m und eine Tiefe von 1,2 m. Das Aushubmaterial wird kegelförmig zwischengelagert. Welchen Durchmesser hat der Kegel auf dem Lagerplatz, wenn sein Böschungswinkel 30° beträgt?

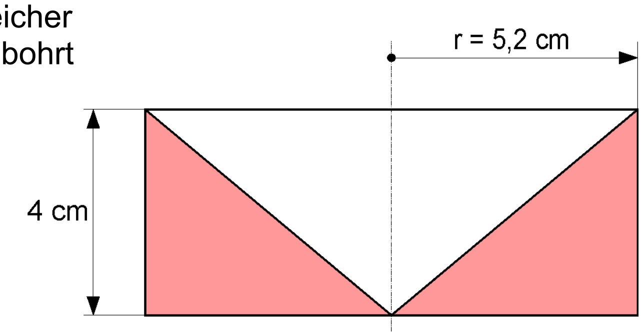
13. Aus einem Zylinder wird ein Kegel mit gleicher Grundfläche und gleicher Höhe herausgebohrt (vgl. Axialschnitt rechts).

Berechnen Sie

a) das Volumen

b) die Oberfläche

des Restkörpers.



14. Eine Kugel mit Radius $r = 3\text{ cm}$ schwimmt im Wasser. Dabei ist ein Fünftel ihrer Oberfläche von Wasser bedeckt.

a) Wie tief ist die Kugel in das Wasser eingetaucht?

b) Welches Volumen der Kugel befindet sich unter Wasser?

Aufgaben für Klausuren und Abschlussprüfungen

(G) Volumen und Oberfläche von Körpern

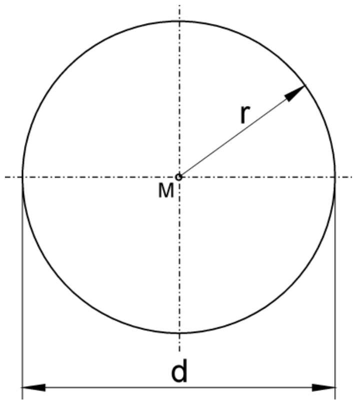
1. Definitionen

Es werden folgende Symbole verwendet:

r	Kugel-, Kegel-, Zylinderradius	M	Mittelpunkt der Kugel
d	Kugel-, Kegel-, Zylinderdurchmesser	M	Mantelfläche
r_1 / r_2	Radius eines Schnittkreises	V	Volumen (Rauminhalt)
h	Höhe eines Kugelabschnitts, einer(s) Kugelzone, Kegels oder Zylinders	O	Oberflächeninhalt
s	Länge der Kegelmantellinie		

2. Formeln

Kugel



Volumen

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$V = \frac{1}{6}\pi d^3$$

$$V = \frac{1}{6}\sqrt{\frac{1}{\pi} O^3}$$

Oberfläche

$$O = 4\pi r^2$$

$$O = \pi d^2$$

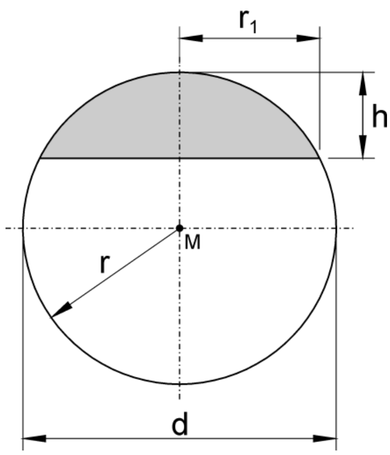
$$O = \sqrt[3]{36\,\pi\, V^2}$$

Kugelradius

$$r = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{\pi} O}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{3}{4\,\pi} V}$$

Kugelabschnitt - Kugelsegment - Kugelkappe



Volumen

$$V = \frac{1}{6}\pi h\left(3r_1^2 + h^2\right)$$

$$V = \frac{1}{3}\pi h^2\left(3r - h\right)$$

$$V = \frac{1}{6}\pi h^2\left(3d - 2h\right)$$

Mantelfläche

$$M = 2\pi r h$$

$$M = \pi d h$$

$$M = \pi\left(r_1^2 + h^2\right)$$

Oberfläche = Mantel + Kreis

$$O = \pi\left(2rh + r_1^2\right)$$

$$O = \pi\left(h^2 + 2r_1^2\right)$$

$$O = \pi h\left(4r - h\right)$$

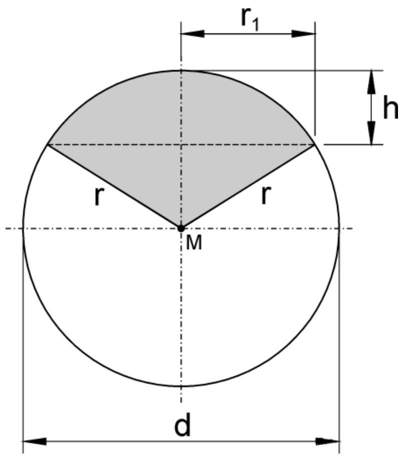
Radius des Schnittkreises:

$$r_1 = \sqrt{h\left(2r - h\right)}$$

Aufgaben für Klausuren und Abschlussprüfungen

(G) Volumen und Oberfläche von Körpern

Kugelausschnitt - Kugelsektor



Volumen

$$V = \frac{2}{3}\pi r^2 h$$

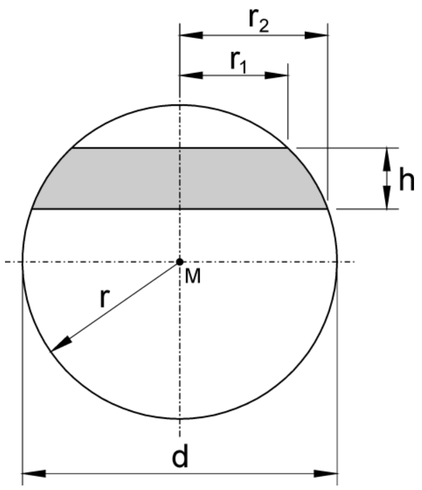
$$V = \frac{1}{6}\pi d^2 h$$

Oberfläche

$$O = \pi r\left(2h + r_1\right)$$

$$O = 2\pi r\left(h + \frac{1}{2}\sqrt{h(2r-h)}\right)$$

Kugelschicht - Kugelzone



Volumen

$$V = \frac{1}{6}\pi h\left(3r_1^2 + 3r_2^2 + h^2\right)$$

Mantelfläche (ohne Grund- und Deckfläche)

$$M = 2\pi r h$$

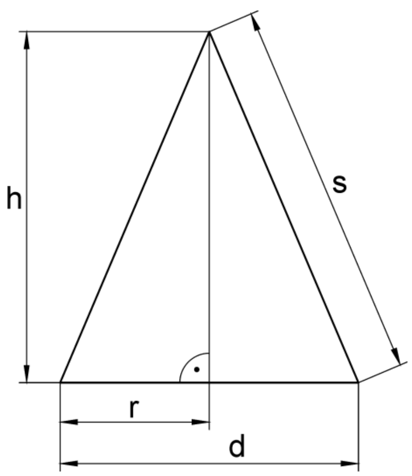
$$M = \pi d h$$

Oberfläche

$$O = \pi\left(2rh + r_1^2 + r_2^2\right)$$

$$O = \pi\left(dh + r_1^2 + r_2^2\right)$$

Gerader Kegel



Volumen

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{12}\pi d^2 h$$

Mantelfläche (ohne Grundfläche)

$$M = \pi r s = \frac{1}{2}\pi d s$$

Oberfläche

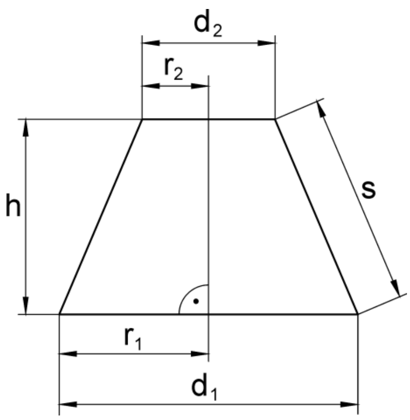
$$O = \pi r\left(r + s\right) = \pi\frac{d}{2}\left(\frac{d}{2} + s\right)$$

Länge der Kegelmantellinie: $s = \sqrt{r^2 + h^2}$

Aufgaben für Klausuren und Abschlussprüfungen

(G) Volumen und Oberfläche von Körpern

Gerader Kegelstumpf



Volumen

$$V = \frac{1}{3}\pi h\left(r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2\right)$$

$$V = \frac{1}{12}\pi h\left(d_1^2 + d_1 d_2 + d_2^2\right)$$

Mantelfläche (ohne Grund- und Deckfläche)

$$M = \pi s\left(r_1 + r_2\right) = \frac{1}{2}\pi s\left(d_1 + d_2\right)$$

Oberfläche

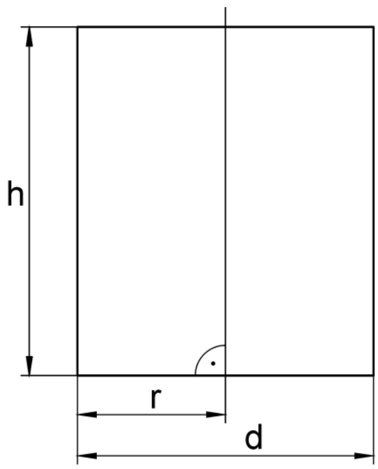
$$O = \pi\left[s\left(r_1 + r_2\right) + r_1^2 + r_2^2\right]$$

$$O = \frac{1}{4}\pi\left[2s\left(d_1 + d_2\right) + d_1^2 + d_2^2\right]$$

Mantellinie

$$s = \sqrt{h^2 + \left(r_1 - r_2\right)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{4h^2 + \left(d_1 - d_2\right)^2}$$

Gerader Zylinder



Volumen

$$V = \pi r^2 h$$

$$V = \frac{1}{4}\pi d^2 h$$

Mantelfläche (ohne Grund- und Deckfläche)

$$M = 2\pi r h$$

$$M = \pi d h$$

Oberfläche

$$O = 2\pi r\left(r + h\right)$$

$$O = \pi d\left(\frac{d}{2} + h\right)$$