

Aufgaben für Klausuren und Abschlussprüfungen

(I) Einfache Differential- u. Integralrechnung, Analysis

Grundlagenwissen: Ableitungen, Flächen unter Kurven, Nullstellen, Extremwerte, Wendepunkte.

1. Bestimmen Sie die Stammfunktion $F(x)$ der folgenden Funktionen. Die Konstante C darf weggelassen werden.

a) $f(x) = 5x$	b) $f(x) = \frac{1}{x}$	c) $f(x) = 4x^2$
d) $f(x) = 15x^3$	e) $f(x) = x^2 - 6$	f) $f(x) = x^3 + 5x$
g) $f(x) = \frac{1}{x^2}$	h) $f(x) = x^6 - 7x^4 + x^2$	i) $f(x) = x^3 + 8x^2 - x + 1$
k) $f(x) = \sqrt{x}$	l) $f(x) = -\frac{5}{x^4} + \frac{7}{x^3}$	m) $\sqrt{2} + \sqrt{x^3}$

2. Erstellen Sie jeweils die erste Ableitung.

a) $f(x) = 4x^{15}$	b) $f(x) = 0,01x^{-3}$	c) $f(x) = \frac{x^9}{8}$
d) $f(x) = \frac{1}{5}x^4 - 7x^3$	e) $f(x) = -5x^{-7} - \frac{1}{4}x^5$	f) $f(x) = \frac{x^3}{6} - 3\frac{x^2}{4} + 5\frac{x}{12} - \frac{1}{3}$
g) $f(x) = \frac{1}{x^9}$	h) $f(x) = \frac{5}{x^2}$	i) $f(x) = \frac{8}{5x^3}$
k) $f(x) = \sqrt{x}$	l) $f(x) = \sqrt[5]{x}$	m) $f(x) = \sqrt[3]{4x^5}$
n) $f(x) = \frac{1}{5 \cdot \sqrt[4]{x^3}}$	o) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$	p) $f(x) = x^{1,5n+1}$
q) $f(x) = \cos x$	r) $f(x) = x \cdot \cos x$	s) $f(x) = \sin x \cdot \cos x$
t) $f(x) = x \cdot e^x$	u) $f(x) = (x^2 + 1) \cdot \sqrt{x}$	v) $f(x) = (x^5 + x^2)(2 - x)$
w) $f(x) = \cos(2x^2)$	x) $f(x) = \sqrt{\cos x}$	y) $f(x) = (6x^2 - 4x + 2)^4$
z) $f(x) = \frac{1}{(5x - 8)^2}$		

Aufgaben für Klausuren und Abschlussprüfungen

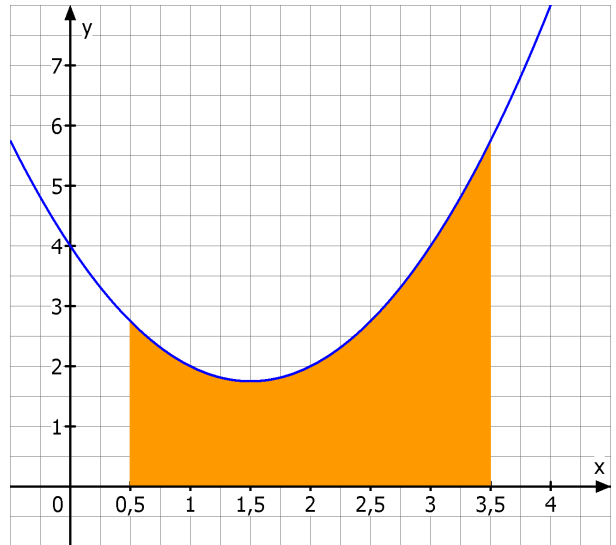
(I) Einfache Differential- u. Integralrechnung, Analysis

3.0 Gegeben ist die Funktion
 $f(x) = x^2 - 3x + 4$

3.1 Berechnen Sie den Flächeninhalt zwischen dem Graphen und der x-Achse im Bereich von $x = 0,5$ und $x = 3,5$.

3.2 Bestimmen Sie die 1., 2. und 3. Ableitung der folgenden Funktion.

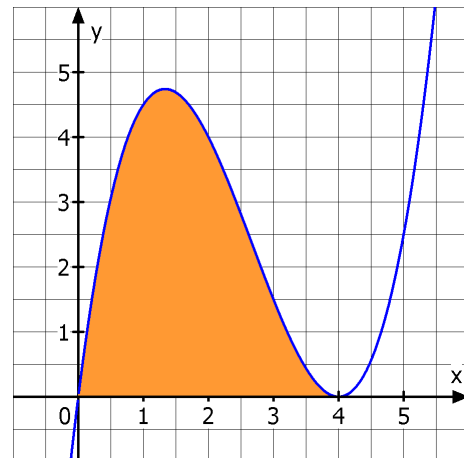
$$f(x) = \frac{2}{3}x^3 - 6x^2 + 2x$$



4.0 Gegeben ist die Funktion
 $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - 4x^2 + 8x$.
 mit den Nullstellen $x = 0$, $x = 4$.

4.1 Berechnen Sie die Fläche unter der Kurve von $x_1 = 0$ bis $x_2 = 4$.

4.2 Bestimmen Sie die Ableitungen der Funktion $f(x)$, bis eine Konstante übrig bleibt.

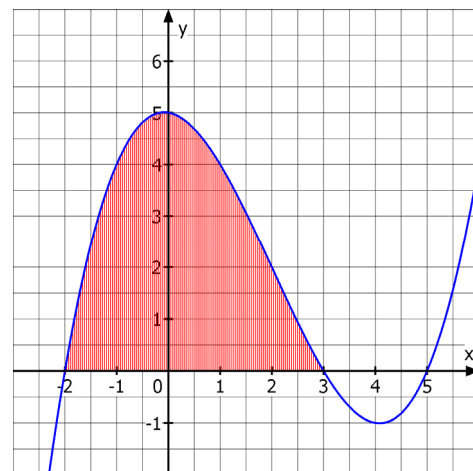


5.0 Gegeben ist die Funktion
 $f(x) = \frac{1}{6}x^3 - x^2 - \frac{1}{6}x + 5$
 mit den Nullstellen $x = -2$, $x = 3$, $x = 5$.

5.1 Berechnen Sie die farbige Fläche unter dem Graphen zwischen den Nullstellen $x = -2$ und $x = 3$.

5.2 Bestimmen Sie die erste und zweite Ableitung der Funktion $f(x)$.

$$f(x) = \frac{1}{6}x^3 - x^2 - \frac{1}{6}x + 5$$



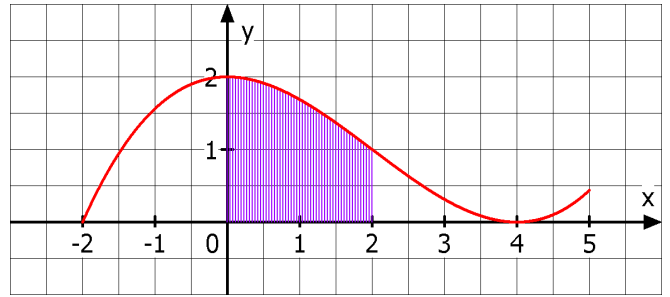
Aufgaben für Klausuren und Abschlussprüfungen

(I) Einfache Differential- u. Integralrechnung, Analysis

6.0 Gegeben ist die Funktion

$$f(x) = \frac{1}{16}x^3 - \frac{3}{8}x^2 + 2.$$

im Intervall $[-2; 5]$



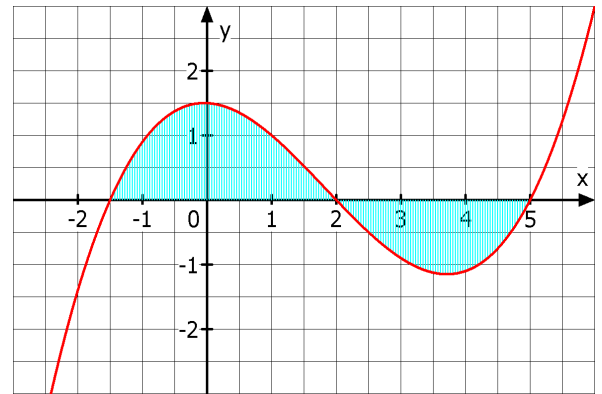
6.1 Bestimmen Sie die 1., 2. und 3. Ableitung der Funktion $f(x)$.

6.2 Berechnen Sie die Fläche A unter dem Graphen zur x -Achse im Intervall $[0; 2]$

7.0 Gegeben ist die Funktion

$$f(x) = \frac{1}{10}x^3 - \frac{11}{20}x^2 - \frac{1}{20}x + 1,5$$

mit den Nullstellen $x = -1,5$, $x = 2$, $x = 5$.



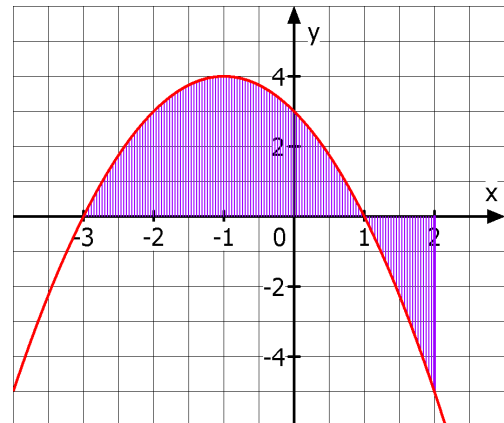
7.1 Bestimmen Sie die 1., 2. und 3. Ableitung der Funktion $f(x)$.

7.2 Berechnen Sie die Fläche A unter bzw. über dem Graphen zur x -Achse im Intervall $[-1,5; 5]$

8.0 Gegeben ist die Funktion

$$f(x) = -x^2 - 2x + 3$$

mit den Nullstellen $x = -3$, $x = 1$.



8.1 Berechnen Sie die Fläche A unter bzw. über dem Graphen zur x -Achse im Intervall $[-3; 2]$

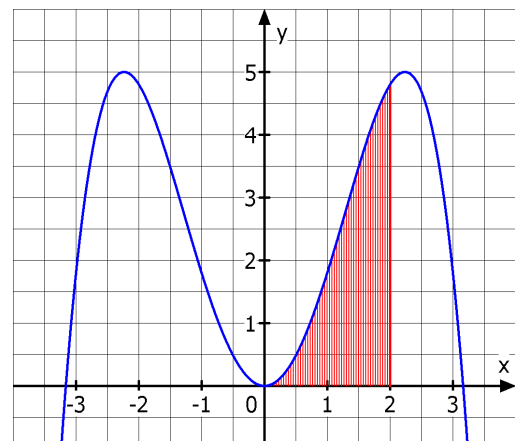
8.2 Bestimmen Sie die 1., 2. und 3. Ableitung der Funktion $g(x)$.

$$g(x) = 8x^4 - 4x^3 + 3x.$$

9.0 Gegeben ist die Funktion

$$f(x) = -0,2x^4 + 2x^2$$

9.1 Berechnen Sie die Fläche, die die Funktion $f(x)$ mit der x -Achse im Intervall $[0; 2]$ einschließt.



9.2 Berechnen Sie alle Nullstellen der Funktion $f(x)$.

Aufgaben für Klausuren und Abschlussprüfungen

(I) Einfache Differential- u. Integralrechnung, Analysis

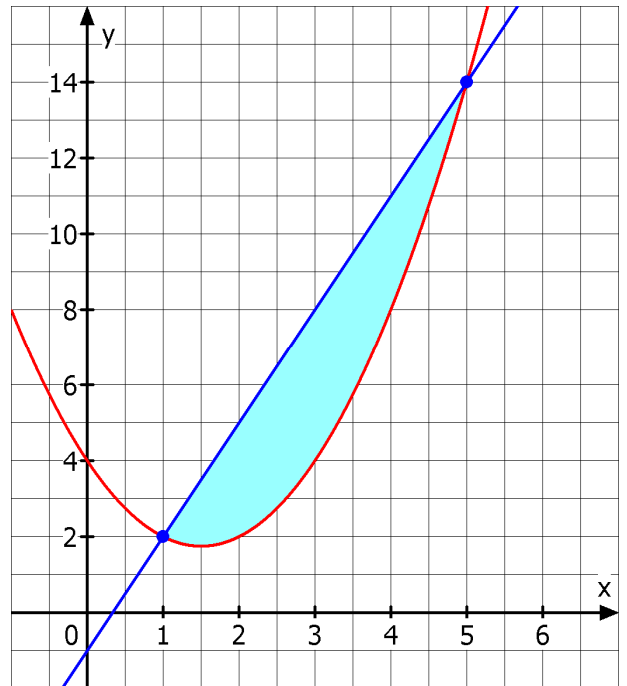
10.0 Gegeben sind die beiden Funktionen

$$f(x) = x^2 - 3x + 4 \text{ und}$$

$$g(x) = 3x - 1$$

10.1 Berechnen Sie die Schnittpunkte der beiden Graphen.

10.2 Berechnen Sie die Fläche zwischen den beiden Graphen innerhalb der Schnittpunkte.



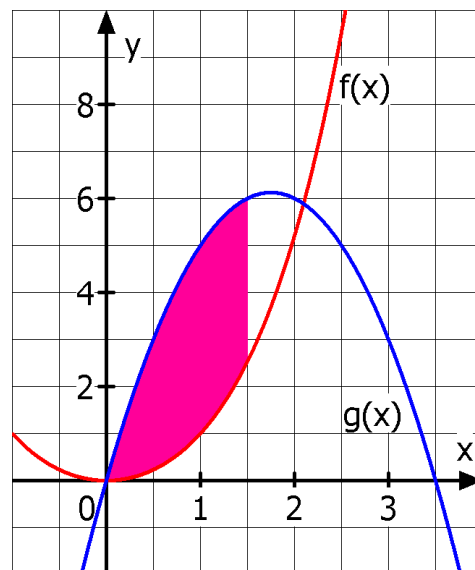
11.0 Gegeben sind die beiden Funktionen

$$f(x) = 0,1x^4 + 0,9x^2 \text{ und}$$

$$g(x) = -2x^2 + 7x$$

11.1 Berechnen Sie die Fläche zwischen den beiden Graphen im Intervall $[0; 1,5]$

11.2 Bestimmen Sie die 1. und 2. Ableitung der Funktion $f(x)$.



12. Welche Fläche schließen die beiden folgenden Funktionen ein für $f(x) \geq 0$; $g(x) \geq 0$?

$$f(x) = -4x^2 + 10x$$

$$g(x) = 1,5x$$

13. Wie groß ist die Fläche, die der Graph der Funktion $f(x) = -x^3 + 4x^2 + 0,25x - 1$ mit der x -Achse im 1. Quadranten einschließt?

Aufgaben für Klausuren und Abschlussprüfungen

(I) Einfache Differential- u. Integralrechnung, Analysis

14. Bestimmen Sie für folgende Funktionen die

Nullstelle(n),

Extrempunkt(e),

Wendestelle(n)

sowie die Fläche, die beide Funktionen gemeinsam einschließen für $f(x) \geq 0$; $g(x) \geq 0$:

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$$

$$g(x) = -x^2 + 3x$$

15. Ermitteln Sie mit Hilfe der Differentialrechnung die Gleichung der Tangente an den Graphen der Funktion $f(x) = x^3 - 4x + 5$ im Punkt $P(2 | y_P)$.

16. Bestimmen Sie von der Funktion $f(x) = (x^2 - 4x + 4)(x - 5)$ die

- ◆ Schnittpunkt(e) mit der x-Achse bzw. der y-Achse,
- ◆ Extrempunkt(e),
- ◆ Wendestelle(n)

Wie groß ist die Fläche, die der Graph der Funktion mit der x-Achse im 4. Quadranten einschließt?

17. Gegeben ist die Funktion $f(x) = x^3 - 4x^2 + 5x - 2$.

Ermitteln Sie:

- ◆ den Schnittpunkt mit der y-Achse,
- ◆ die Nullstellen (finden Sie die 1. NST durch probieren),
- ◆ Maxima bzw. Minima sofern vorhanden,
- ◆ Wendestellen,
- ◆ die Steigung an der (den) Wendestelle(n),
- ◆ die Fläche, die der Graph und die x-Achse einschließen.